

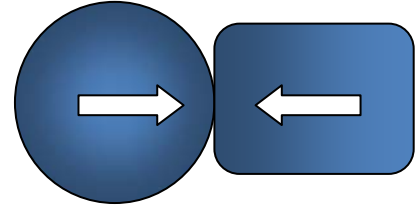
APPUNTI DI IDROSTATICA

RICHIAMI sulla PRESSIONE:

Concetto di Pressione:

Una forza, in genere rappresentata da un vettore, (si misura in Newton) serve ad indicare l'interscambio che avviene tra due corpi. Di più non ci preoccupiamo.

Lo scambio di una forza tra due corpi, in genere può realizzarsi per "Contatto". In tal caso siamo indotti a pensare a cosa succede nel punto di contatto tra i due corpi.



Più che un punto di contatto, in genere, è opportuno pensare ad una superficie di contatto, attraverso cui lo scambio avviene.

In tal caso siamo portati ad immaginare cosa succede nella "zona" di contatto. Poiché una stessa forza scambiata tra i due corpi, attraverso una superficie o zona più o meno ampia, produce effetti diversi siamo tentati a pensare ad un'altra grandezza che interviene, di stretta derivazione dagli effetti che produce che chiamiamo: **PRESSIONE**.

Facciamo un esempio: Immaginiamo una persona sottoposta alla forza di gravità e quindi con una sua forza peso diretta verso il basso. Se la persona la immaginiamo posta su una mattonella quadrata di 20 cm di lato ($20 \times 20 \text{ cm}^2$) e la mattonella stessa è posta orizzontalmente su della neve fresca, è facile immaginare alle conseguenze che ne derivano. La mattonella affonderà più o meno nella neve (a seconda del tipo di neve, più o meno compatta).

In ogni caso appare chiaro un'altra cosa. Se la persona che sale sulla mattonella è più o meno pesante questo fatto produrrà, a parità delle cose già dette (mattonella e neve di una certa consistenza) un "affondamento" della mattonella nella neve più o meno accentuato.

Facciamo, idealmente, un esperimento diverso. Con identica qualità di neve e con identica persona proviamo a cambiare mattonella, non nella forma ma nella dimensione, (ad esempio una mattonella quadrata ma con lato doppio pari a 40cm ($40 \times 40 = 400 \text{ cm}^2$)). Non ci vuole grande esperienza a capire che gli effetti che si produrranno sotto la mattonella, nella neve, saranno diversi e precisamente che sotto la stessa, lo sprofondamento sarà inferiore. Se viceversa, utilizzassimo una mattonella più piccola, di soli 10 cm di lato e con conseguente superficie inferiore, ($10 \times 10 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2$) lo sprofondamento sarebbe maggiore.

Diciamo in generale **PRESSIONE** la causa di questo, una pressione maggiore produce sprofondamento maggiore, una pressione minore produce sprofondamento minore.

(Per questo motivo gli indiani d'America, per attraversare campi innevati usavano le "Racchette da neve" altrimenti con i soli mocassini sarebbero sprofondati nella neve fresca fino al ginocchio rendendo estremamente difficile e faticosa la deambulazione). Analoghe considerazioni possono essere fatte per l'uso primordiale degli sci. I montanari che li calzavano realizzavano con questi una superficie d'appoggio ben più ampia di quella dei loro scarponi consentendogli di non sprofondare nella neve ma di rimanere praticamente sopra di essa. (il fatto poi che gli stessi con il loro fondo levigato consentivano un attrito minimo con la neve, permetteva agli stessi di muoversi, scivolando, sopra la neve abbastanza rapidamente).

Ora formalmente decidiamo di utilizzare una espressione matematica che descrive la causa di questo. Stiamo parlando della **PRESSIONE**.

Abbiamo visto che questa è tanto maggiore quanto maggiore è la forza che è applicata sulla superficie. Se la Forza cresce, la **PRESSIONE** cresce, se la Forza diminuisce la **PRESSIONE** diminuisce. (quindi la **PRESSIONE** che è il concetto che stiamo definendo, è direttamente proporzionale alla **FORZA** da cui dipende). Se lo stesso concetto di **PRESSIONE** lo consideriamo dipendente dalla superficie su cui la forza agisce vediamo che non possiamo dire la stessa cosa; Questa volta, a parità di Forza, se facciamo aumentare la superficie su cui questa si applica, l'effetto che si produce non aumenta, ma diminuisce. Il contrario succede quando diminuiamo la superficie. A parità di Forza applicata, se la superficie diminuisce, l'effetto aumenta. Più precisamente potremo dire che al dimezzarsi della superficie, l'effetto raddoppia. Mentre al raddoppio della superficie l'effetto si dimezza. Questa dipendenza è di tipo Inversamente proporzionale.

In generale quindi : La **PRESSIONE** è **direttamente proporzionale** alla **FORZA** applicata, ed **inversamente proporzionale** alla superficie. Matematicamente, l'espressione che descrive questa dipendenza nella forma più semplice è la seguente: $p = \frac{F}{S}$ letteralmente (pressione = Forza / Superficie) .

Misurandosi la Forza in Newton e la superficie in m^2 , si deduce anche il valore dell'**unità di misura della pressione** che è, dunque, N/m^2 (Newton su metri quadrati). Come spesso succede in Fisica a questa unità di misura (derivata dalle unità di misura fondamentali) viene dato un nome nuovo, il Pascal; questa volta in onore di Blaise Pascal (Filosofo, Teologo, Fisico e Matematico francese del XVII secolo (Clermont - Ferrand, 19 giugno 1623 – Parigi, 19 agosto 1662).

1 pascal quindi misura la pressione che un Newton esercita su 1 metro quadrato.

Come si può capire, questa, per gli usi quotidiani è una pressione molto piccola. Pertanto normalmente viene utilizzato un suo multiplo, il BAR che è pari a 100000 Pascal ; **1 BAR = 10^5 Pascal.**

(per capire: ricreiamo le condizioni perché si realizzi la pressione di **1 pascal** . Si immagini un tavolo quadrato di 1m di lato la cui superficie è appunto di $1 m^2$; su questo tavolo facciamo agire una forza complessiva di 1 N (1 Newton) . Ora 1 Newton è l'azione che la gravità esercita su di una massa all'incirca di 0,1Kg pari cioè a 100g. Si Immagini quindi 100 grammi di sale spolverati uniformemente su detta superficie. Per definizione questa determina la pressione di 1 Pascal, ($1 N/m^2$ appunto). Per capire la differenza rispetto ad una pressione ordinaria. Si immagini una persona di 80 kg, in piedi su una mattonella, come prima di 20 cm di lato. Quindi una superficie di $20 \times 20 = 400 cm^2$ vediamo che in tal caso il valore della pressione è di: $p = \frac{F}{S}$: $F = m \cdot g = 80 \times 10 = 800 N$; $S = 400 cm^2 = 0,04 m^2$:

$F = \frac{800 N}{0,04 m^2} = 20000 \frac{N}{m^2} = 20000 pascal$ quindi 20000 volte più grande. Espressa in Bar detta pressione è di appena (0,2 BAR) . Ricordiamo, per inciso, che la pressione ordinaria in uno pneumatico d'automobile è mediamente intorno ai 3 Bar. (si è utilizzato per g il valore approssimato di 10 piuttosto che il valore esatto 9,81).

Esempi di calcolo di una pressione sotto un manufatto. Si determini la pressione sotto una colonna di marmo cilindrico poggiata su di un basamento parallelepipedo di cemento (vedi disegno) e sotto il basamento stesso quindi sul terreno dove l'intero carico è "scaricato".

Il marmo ha una densità di: $d_m 2800 kg/m^3$

Il cemento del basamento ha una densità di $2500 kg/m^3$

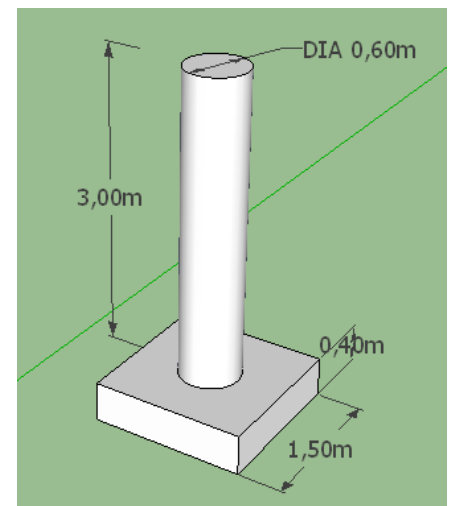
Ricordiamo che la densità di un materiale "omogeneo" è data dal rapporto tra la sua massa ed il suo volume: $d = \frac{m}{V}$ da cui la massa si ottiene: $m = d \cdot V$.

Il volume della colonna cilindrica è quindi : $V = S_b \times h$ mentre la S_b essendo un cerchio è pari a: $S_b = \pi \cdot r^2$. nel caso nostro $r = 0,3 m$ il volume risulta pertanto:

$V = S_b \times h = 3,14 \cdot 0,3^2 \cdot 3 = 0,484 m^3$ (volume)- $S_b = 3,14 \cdot 0,3^2 = 0,283 m^2$
 $m = d_m \cdot V = 2800 \cdot 0,484 = 1355 kg$ (massa colonna)

Il volume e la massa del piedestallo in Cemento:

$V = S_b \times h = 1,5 \cdot 1,5 \cdot 0,4 m^3 = 0,9 m^3$ (volume piedestallo)- $S_b = 1,5 \times 1,5 = 2,25 m^2$
 $m = d_m \cdot V = 2500 \cdot 0,9 = 2250 kg$ (massa piedestallo)



La pressione sotto la base della colonna è pari alla Forza peso della colonna fratto la superficie della colonna stessa.

E la forza peso è pari alla $F_c = m_c \cdot g = 1355 \text{ kg} \cdot 10 = 13550 \text{ N}$ (avendo supposto $g = 10$)

$P = F/S = 13550 / 0,283 \text{ N/m}^2 = 47923 \text{ N/m}^2 = 47923 \text{ pascal} = 0,48 \text{ Bar}$,

La forza peso del piedestallo, analogamente $F_p = m_p \cdot g = 2250 \text{ kg} \cdot 10 = 22500 \text{ N}$

La pressione sotto al piedestallo è data dal rapporto tra la risultante della forza peso delle due Forze peso relative alla colonna ed al piedestallo stesso e la superficie di quest'ultimo.

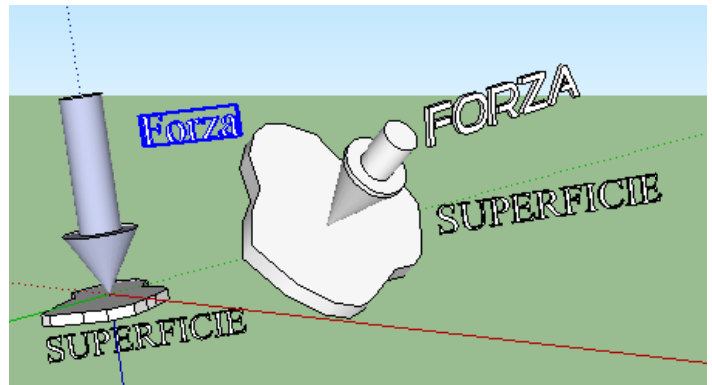
$P = F/S = (13550 + 22500) / 2,25 \text{ N/m}^2 = 36050 / 2,25 = 16022,22 \text{ pascal} = 0,160 \text{ Bar}$.

Si nota quindi come nonostante la maggior forza in gioco per la pressione sul terreno, avendo distribuito la stessa su una superficie più ampia, in definitiva la pressione che si realizza sul terreno è certamente inferiore.

Questo spiega come molti manufatti quali pilastri, murature, ed altro hanno una base di appoggio sufficientemente più ampia per consentire alle stesse di scaricare sul terreno meglio i carichi portati. Ed in definitiva di realizzare sul terreno delle pressioni (nel caso in esame si dicono tensioni), inferiori a quelle che il terreno stesso è in grado di sopportare.

In generale si parla di **pressione** ogni qualvolta una forza agisce normalmente ad una superficie valutandone gli effetti prodotti su questa. Qualunque sia la giacitura di una superficie nello spazio, si parla di pressione che una forza normale (perpendicolare) alla superficie, determina su di essa. si veda la figura:

La pressione viene anche detta Forza per unità di superficie. Valutando con ciò la possibilità che forze diverse producono su superfici diverse. Rendendo possibile il confronto, facendone cioè il raffronto su una stessa superficie che per l'appunto è la superficie unitaria.



ESERCIZIO:

In figura è rappresentato un blocco parallelepipedo di cemento: poggiato su di un piano orizzontale e sottoposto alla gravità, quindi alla forza peso. Sotto la superficie d'appoggio si determina, come sappiamo una pressione. Esprimere ad intuito, in quale delle condizioni A, B, o C, si verifica la massima pressione ed in quale la minima pressione.

Pressione massima:

- A
- B
- C

Pressione minima:

- A
- B
- C

Se gli spigoli del parallelepipedo sono, dal più piccolo al più grande, pari a : 50 cm, 100 cm e 200cm

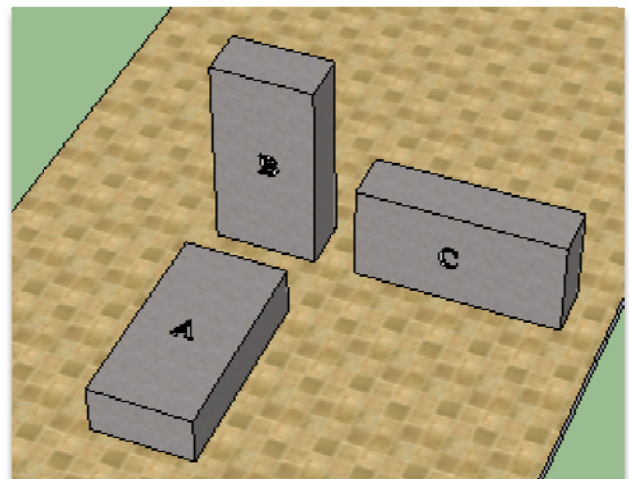
Ed il parallelepipedo ha una massa pari a 1200 kg

Si determini il valore della pressione in Pascal, nelle condizioni: A ; B, C.

A: p = pascal

B: p = pascal

C: p = pascal



Nel fare questo, si ricordi che occorre dalla massa passare alla forza peso.

$F = m \cdot g$, dove $g = 9,81$ o se vogliamo approssimare $g = 10$

LA PRESSIONE NEI LIQUIDI.

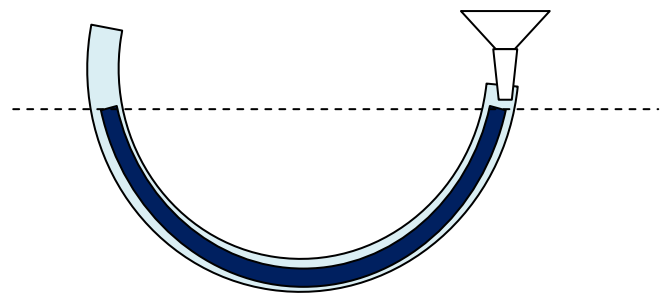
Vasi comunicanti:

Più recipienti, di forma diversa, e collegati opportunamente alla base, quando in uno di essi si mette un liquido, questo attraverso il condotto di comunicazione si distribuisce uniformemente in tutti gli altri recipienti (detti vasi, dal latino).

Quest'esperienza è facile farla con un semplice tubo di gomma trasparente riempito di un liquido che possa vedersi attraverso la trasparenza del tubo. Ad esempio Vino. Basta sistemare in tubo ad U e versare il liquido da un suo capo. Il liquido quando è finita la fase dinamica, una volta a riposo, si sistema ad un unico livello unico rispetto al terreno (livella ad acqua dei muratori.).



Questa esperienza è possibile spiegarla successivamente una volta che si è parlato della pressione nei liquidi.



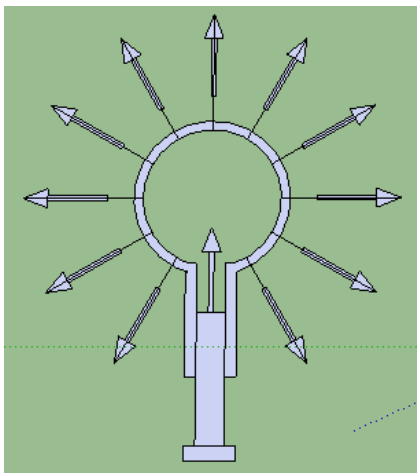
LA PRESSIONE NI LIQUIDI

In un liquido ha senso parlare di pressione?

Anche i liquidi pesano e quindi determinano con il loro peso, sul fondo di un recipiente una certa pressione.

Nei liquidi però si verifica un fatto nuovo. Agendo la forza peso diretta verso il basso potrebbe sembrare che su una superficie o parete verticale non c'è niente che spinge perpendicolarmente a questa superficie quindi la pressione dovrebbe essere nulla.

L'esperienza ci dice però che non è così. Se si prende una siringa in cui sono stati praticati dei fori lateralmente, lungo la superficie cilindrica, riempita d'acqua e sottoposta ad una pressione, tramite uno stantuffo, si nota, che questa pressione, indotta nel liquido, finisce con lo spingere il liquido stesso perpendicolarmente alla superficie in tutte le direzioni. Questo esperienza realizzata da Pascal con un palloncino di vetro bucherellato mostrava appunto questo, in modo ancora più completo. Qui sotto è mostrato una



sezione del palloncino di vetro contenete un liquido. Attraverso il pistone viene applicata al liquido stesso una pressione dall'esterno. Il flusso omogeneo, in tutte le direzioni, del liquido (in figura rappresentato attraverso dei vettori) rappresenta la distribuzione della pressione all'interno del liquido. Potremo quindi concludere con Pascal: (**Principio di Pascal**) che in un liquido la pressione, comunque determinata, non ha una direzione preferenziale ma è la stessa in tutte le direzioni. Se, al contrario, consideriamo un volumetto piccolo, elementare di liquido, all'interno della massa liquida sottoposta a pressione, qualsiasi sia la sua forma, potremo immaginare che il liquido esterno trasmette una pressione

perpendicolarmente alle pareti del volumetto. Se immaginiamo un volumetto sferoidale, dunque, localmente su ogni porzione di superficie agisce una pressione uniforme tale da far sì che, il volumetto stesso è in equilibrio sotto queste pressioni che lo spingono, ugualmente in tutte le direzioni. Questo naturalmente è precisamente vero solo se consideriamo il volumetto molto piccolo, quasi ridotto ad un punto. Altrimenti nel bilancio delle forze dovremmo portare in conto anche il suo peso. Nel disegno, per semplicità, abbiamo visualizzate le pressioni che agiscono in un piano. si ricordi che quanto detto, vale in tutti i possibili piani, dunque nello spazio. Per questo diciamo che c'è una completa simmetria sferica).

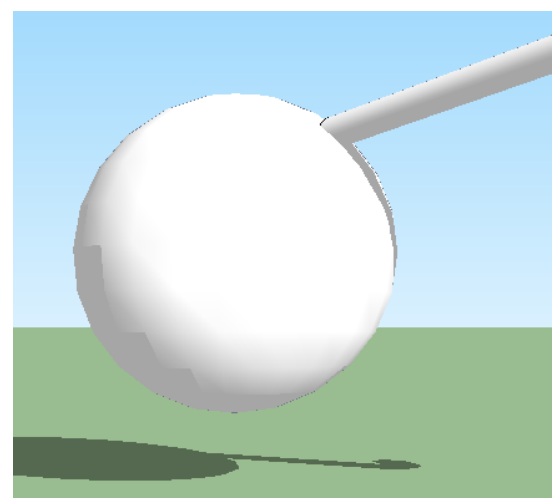
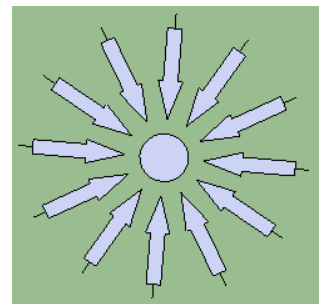
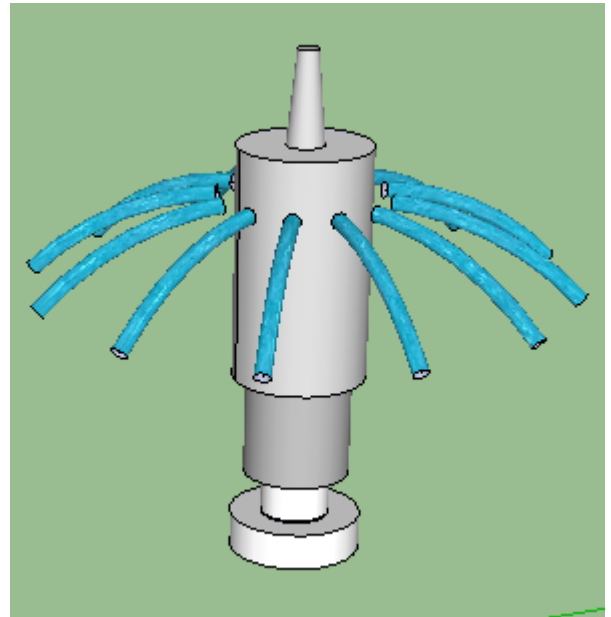
ESEMPI NELLA REALTA'.

Quello che diciamo per i liquidi, in realtà è vero per i Fluidi, in generale, (Fluido è tutto ciò che scorre, quindi oltre ai liquidi veri e propri nella categoria sono contemplati anche i gas).

Se immaginiamo la produzione di una bolla di sapone, vediamo che se immettiamo nella bolla dell'aria con una certa pressione, la bolla che si genera ha la classica forma sferica, nonostante l'introduzione avvenga lungo una determinata direzione (tipicamente una cannuccia). Segno che l'aria nella bolla, ad una certa pressione spinge egualmente in tutte le direzioni, fino a creare una bolla perfettamente sferica.

Anche quando soffi con la bocca in un pezzo di gomma da masticare, pur soffiando in una unica direzione, vedi la bolla gonfiarsi in ogni altra direzione.

Diamo quindi per scontato il PRINCIPIO DI PASCAL, che nei fluidi, la pressione interna è egualmente la stessa comunque immaginiamo la giacitura della superficie nel fluido.



Quando vale la pressione in un fluido, a causa del peso proprio del fluido.

Poniamo prima una domanda in quest'altra forma:

dati i due recipienti in figura pieni, ad esempio di acqua fino a raggiungere lo stesso livello. In quale dei due c'è maggior pressione, in quello che c'è più acqua o nell'altro con meno acqua? Istantaneamente, tenendo conto che la pressione è direttamente proporzionale alla forza peso, si è indotti a pensare che nel recipiente dove c'è maggior liquido c'è maggior pressione.

In realtà questo non è vero. In base ad una legge trovata da Stevino, e per questo porta il suo nome.

La pressione in fondo ad un recipiente, pieno di un liquido (ad esempio vino) non dipende affatto dalla quantità di liquido che è presente nel recipiente ma, esclusivamente dalla profondità rispetto al "pelo libero dell'acqua" in cui si vuole determinare la pressione. Dipende inoltre dalla densità del liquido, secondo una nota espressione che prende il nome di

Legge di Stevino. $p = d_l \cdot g \cdot h$ (dove p esprime la pressione; d_l rappresenta la densità del liquido, g rappresenta l'accelerazione di gravità ed h esprime la profondità dal pelo libero del liquido.)

Proviamo a dimostrarla detta legge.

Ricordiamo che dicesi densità di un materiale omogeneo il rapporto tra la massa del materiale ed il suo volume. Questo vale in particolare per i liquidi che sono materiali omogenei. $d = \frac{m}{V}$; essendo la massa in kg ed il volume in m^3 la densità rappresenta, appunto la massa per m^3 di materiale. Valgono naturalmente le espressioni inverse: $m = d_l \cdot V$ e l'altra in cui si ricava il volume: $V = \frac{m}{d_l}$

All'interno del liquido immaginiamo un volumetto cilindrico di liquido su cui faremo i ragionamenti. Ogni singola "goccia" di liquido, con il suo peso grava esattamente lungo la verticale. Quindi il peso del volumetto cilindrico di liquido grava esattamente sulla superficie di base del volumetto stesso. Detto F la forza peso del cilindro di liquido ed S_b la superficie di base del cilindro su cui valutiamo la pressione. Potremo dire che in fondo al recipiente

la pressione è data da: $p = \frac{F}{S}$. ora ricordando che la forza peso è data

dalla massa m per l'accelerazione di gravità g e che la massa è pari

$$: m = d_l \cdot V$$

E tenendo conto che il Volume V è pari al prodotto della superficie di base del cilindro per la sua altezza possiamo scrivere in definitiva:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{d_l \cdot S \cdot H \cdot g}{S} = d_l \cdot g \cdot H$$

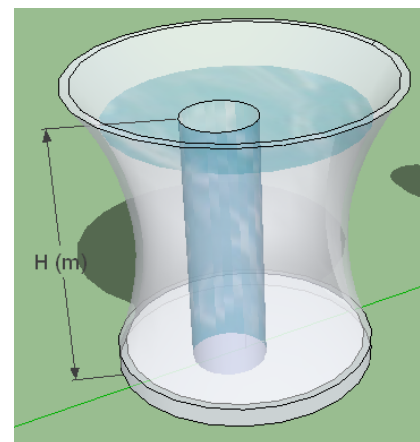
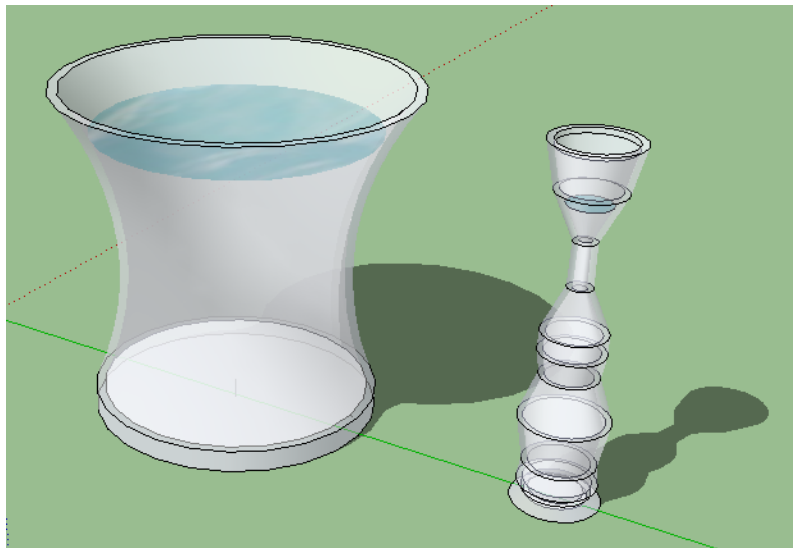
Dopo aver semplificato il termine S che compare sia a numeratore che a denominatore.

L'espressione sarebbe stata la stessa quantunque grande fosse stata la superficie di base e quindi il cilindro.

Ne deduciamo quindi quello che abbiamo affermato all'inizio e cioè la pressione in fondo ad un recipiente riempito con un liquido non dipende dalla quantità del liquido ma, soltanto dalla sua densità, e dall'altezza del liquido sul punto in cui andiamo a determinare la pressione.

Alcune considerazioni:

Su un pianeta diverso dalla terra in cui vige una gravità diversa, a parità di liquido (densità del liquido) ed a parità di h (profondità) avremmo che la pressione sarebbe più o meno grande rispetto alla terra se maggiore o minore è l'accelerazione di gravità del pianeta in questione.



Botte di PASCAL :

A dimostrazione di quanto detto, v'è un esperimento che risale a Pascal: in cui una botte piena d'acqua, completamente stagna, recava una cannula di ferro icastrata superiormente e lunga diversi metri.

Quando si provava a versare nella botte, attraverso la cannula, altra acqua, in definitiva, qualche litro, la pressione che si determinava nella botte era così grande da costringere le "dole" della botte a separarsi tanto da veder zampillare l'acqua fuori.

Problema:

Si determini la pressione in fondo ad una piscina riempita d'acqua per un'altezza **h** di **2,6 m**. (si ricodi che la densità per l'acqua è pari a:

$$d_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Il calcolo è oltremodo semplice, ricordando la legge di STEVINO.

$$p = d_1 \cdot g \cdot h . = 1000 \times 9,81 \times 2,6 = 9810 \times 2,6 = 25506 \text{ pascal.}$$

Espressa in Bar risulta = 25506/100000 = 0, 255 Bar.

Ritenendo il valore di g prossimo a 10 il calcolo si fa in maniera molto semplice a qualsiasi altezza o profondità.

$$P = 10 * 1000 * h = 10000 * h.$$

A 10 metri di profondità pertanto la p risulta di 100000 pascal, vale a dire di 1 Bar.

Così a 20 m di 2 bar etc.

Questo se si vuole pensare a come varia la pressione scendendo in profondità nel mare.

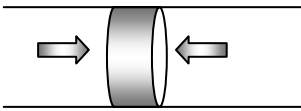


Alla luce della legge di Stevino: vediamo di giustificare il Principio dei vasi comunicanti. Per semplicità ne immaginiamo solo due uniti da un tubo alla base.

All'interno del tubo orizzontale, si consideri un volumetto di liquido in esso racchiuso isolato, idealmente dall'altro liquido.

Questa porzione di liquido è sottoposto ad una spinta orizzontale da sinistra, derivante dal liquido che sta a sinistra che comporta a quella profondità una pressione data dalla legge di Stevino: $p = d_1 \cdot g \cdot h$ Dove con h si è inteso la profondità dal pelo libero nel vaso a sinistra.

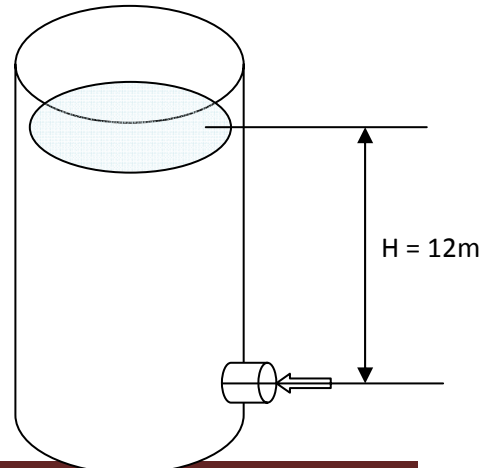
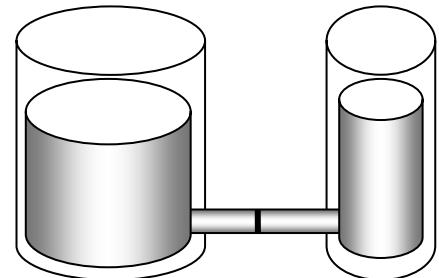
Daltro canto lo stesso volumetto è sottoposto ad una spinta verso sinistra A causa della pressione che c'è nel vaso a sinistra.



Anche questa volta è valida la legge di Stevino calcolata nel vaso a destra. Se si immagina che si è raggiunta una condizione di equilibrio vale a dire che il nostro volumetto, non va ne a destra ne a sinistra. Questo è possibile solo se la spinta a destra e la spinta a sinistra e quindi le relative pressioni

sono uguali tanto a destra che a sinistra.

Ma se il liquido è lo stesso, perché questo possa accadere anche le relative h (altezze) devono essere uguali. Da ciò deriva, quanto dimostrato sperimentalmente, che il livello dei peli liberi del liquido in entrambi i vasi è lo stesso. Anche quando i vasi fossero più di due.



Problema:

Si vuole impedire che un serbatoio cilindrico, contenente un liquido la cui densità è $d_1 = 850 \text{ kg/m}^3$ (inferiore a quella dell'acqua) si svuoti. Per fare questo occorre tenere premuto dall'esterno un tappo cilindrico in un foro il cui diametro è di 12 cm. Il centro del foro è posto alla profondità di 12 m dal pelo libero. Qual è la forza che occorre applicare per tenere in sede il tappo contro la spinta dovuta alla pressione del liquido?

Soluzione al problema precedente:

Dalla parte interna del recipiente, sul tappo di forma cilindrica, c'è una pressione, dovuta al liquido. Questa pressione preme sul tappo verso sinistra che tende ad espellere il tappo. Dalla parte destra, dall'esterno, è necessaria una forza che determini sul tappo una pressione uguale e contraria. La pressione, mediamente calcolata al centro del tappo vale:

$$\text{(applicando Stevino)} \quad p = d_l \cdot g \cdot h$$

Il liquido nel recipiente ha una densità di $d_l = 850 \text{ kg/m}^3$; supponendo di esser sulla terra $g = 9,81 = 10$ all'incirca m/s^2 (lascia perder l'unità di misura) e la profondità dal pelo libero è di: $h = 12 \text{ m}$. p risulta secondo la formula:

$$981 \times 10 \times 12 \text{ m} = 117720 \text{ N/m}^2 \text{ (pascal)} = 1,17720 \text{ Bar.}$$

Daltro canto la stessa pressione dev'essere realizzata con una forza $F = p \times S$ (formula inversa, ricavata da: $p = F / S$)

Quindi basta moltiplicare la pressione per la superficie cilindrica del tappo espresse, come si deve in m^2

$$S = \pi \times r^2 : \text{ora } r = D/2 = 12 \text{ cm} / 2 = 6 \text{ cm. La superficie in } \text{cm}^2 \text{ è dunque } S = 3,14 \times 6^2 = 113,09 \text{ cm}^2 = 0,011309 \text{ m}^2.$$

Da qui si ricava una forza che vale: $F = p \times S = 117720 \times 0,011309 = 1331,38 \text{ Newton}$. Per avere una idea ci vuole la stessa forza capace di tenere in mano un peso di circa 133 kg. Ricordando che ($F = m \times g$).

SPINTA IDROSTICA (o spinta d'Archimede)

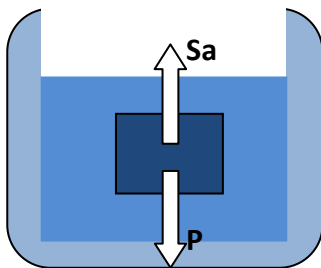
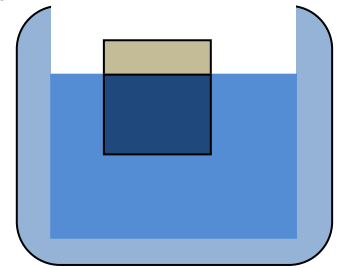
L'enunciato di questa legge afferma che:

Un corpo immerso in un liquido, riceve dal liquido stesso una Spinta diretta verso l'alto, che è pari al peso del liquido spostato.

Un corpo è immerso in genere ci appare pesare di meno di quando, lo si tiene contro la gravità in mano. Un mattone tenuto in mano in acqua ci appare più leggero di quando lo teniamo sospeso in aria. (provare per credere). Vuol dire che il liquido ci aiuta a sostenerlo, a volte fino a sostenerlo del tutto, (i corpi che galleggiano). Ci dice, l'enunciato anche quando vale quest'aiuto (la spinta verso l'alto). E' pari al peso del liquido "spostato" cioè al peso di un egual volume di liquido che con l'immersione del corpo nel liquido, viene allontanato. (attenzione il volume è relativo alla parte immersa del corpo, non anche quello che sta fuori dal liquido nel caso i corpi galleggino (tappo di sughero, quasi del tutto fuori dell'acqua). Nel caso in figura, del corpo, la parte immersa (quella più scura è quella che per stare nel liquido "sposta" un egual volume di liquido. E' questo volume che considerato di liquido con il suo peso ($m \times g$) ci dà il valore della **Spinta d'Archimede!**:

Formalmente: se d_c è la densità del corpo (supposto omogeneo) e d_l la densità del liquido il peso del corpo (forza Peso) è dato: da $P = d_c \times V_c \times g$

Contestualmente se vogliamo calcolare la spinta d'Archimede per la parte immerso di un corpo: dobbiamo, in questo caso, considerare il volume di liquido spostato e quindi il suo peso.: Spinta di Archimede = Peso liquido spostato; $P_1 = S_a = P_1 = V_i \times d_l \times g$



Nel caso di un corpo omogeneo, completamente immerso, si possono verificare tre casi:

$S_a < P$ (Spinta di Archimede, inferiore alla forza peso) In tal caso **il corpo affonda** (va verso il basso, prevale P)

$S_a > P$ (Spinta di Archimede, maggiore della forza peso) In tal caso **il corpo tende a Galleggiare.** (Prevale la S_a)

$S_a = P$ (Spinta di Archimede, uguale alla forza peso) In tal caso **il corpo resta in equilibrio,** resta nel posto in cui si trova.

Provando a scrivere le stesse disequazioni, in termini delle loro espressioni:

Avremo che: $S_a < P$ vale a dire $V_i \times d_l \times g < V_c \times d_c \times g$ ed essendo alcuni termini in

comune come g e nello stesso tempo $V_i = V_c$ (volume immerso pari al volume del corpo) questo fatto comporta che un corpo omogeneo affonda quando la densità del corpo è maggiore della densità del liquido.

Altrimenti il corpo immerso tende a **galleggiare** quando la densità del corpo è inferiore a quello del liquido dove è immerso.

Mentre il corpo immerso resta là dove si trova qualora la densità del corpo è pari a quella del liquido in cui è immerso. Questo è il caso in cui si considera un volume ideale fatto dello stesso liquido, pensato immerso nel liquido circostante. Ne risulta equilibrio in quanto tra le altre cose le due densità sono anche coincidenti.

Quest'ultimo fatto spiega l'equilibrio di una massa di liquido. Infatti una qualsiasi sua parte di liquido immersa nel liquido circostante resta tranquillamente in equilibrio.

NB. Si spiega in questo anche un fenomeno fisico in cui una porzione di fluido posta in basso, se riscaldato, aumenta di volume e quindi in definitiva diminuisce di densità. Allora diventando meno denso per il prevalere della spinta di Archimede, nel liquido si sviluppa un lento moto ascensionale verso l'alto. Dette correnti vengono dette convettive.

Problema:

Una barca, con alcune persone a bordo, galleggia sull'acqua consentendo agli occupanti di navigare. Si vuole conoscere il peso complessivo della barca compreso quella degli occupanti la barca se si conosce che la parte immersa della chiglia della barca sposta, complessivamente, un volume di acqua pari a 2186 litri.

Risposta:

Se la barca galleggia, vuol dire che il peso della barca e quello degli occupanti, diretto verso il basso è in equilibrio con la spinta di Archimede, che riceve la parte immersa della chiglia. Questa spinta è diretta verso l'alto. In condizione di equilibrio vuol dire che queste due forze si equilibrano ed allora conoscitane una, automaticamente se ne conosce anche l'altra (perché uguale, a parte il verso che è opposto).

Se aggiungiamo un'altra persona a bordo, in un primo momento, aumenta la forza peso complessiva; l'equilibrio si rompe e prevale la forza peso rispetto alla spinta di Archimede. In tal caso essendoci un risultante nella direzione del Peso, la barca comincia ad affondare, (si muove nella direzione del risultante). Contestualmente si verifica un fatto nuovo. Affondando la barca, aumenta la sua parte immersa e cresce, quindi, il liquido spostato. Ne consegue che aumenta anche la Spinta d'Archimede; questo fin tanto che si realizza un nuovo equilibrio: quello in cui la spinta di Archimede non giunge a bilanciare la nuova forza peso determinata dall'aggiunta del nuovo passeggero.

La risposta è dunque: Il peso complessivo della barca e degli occupanti è pari proprio alla massa liquida, che essendo acqua è di 2186 kg . La forza peso, come al solito è $P = m \times g = 21860$ Newton. Avendo posto $g = 10$.

Più in generale la Spinta idrostatica è valida anche per gli aeriformi. In tal caso prende il nome di **Spinta Aerostatica** che, è facile capirlo, è molto più piccola di quella idrostatica, a parità di volume spostato in quando, generalmente la densità degli aeriformi è molto più piccola di quella dei liquidi.

Ecco perché occorrono grandi volumi per i corpi immersi affinché si possano determinare spinte Aerostatiche decenti. (vedi Mongolfiere, aerostati o più in generale dirigibili).

Noi con il nostro corpo possiamo considerarci immersi in un oceano d'aria; ne occupiamo il fondo. In coerenza di quanto detto siamo soggetti ad una spinta d'Archimede (in questo caso: Spinta Aerostatica) di cui, penso, nessuno si sia mai accorto. Questo dipende dal fatto che la densità del fluido spostato, aria è molto più piccola di quella dell'acqua, per cui a tutti è noto quanto sia grande la spinta idrostatica nell'acqua, tanto da tenerci facilmente a galla, quando siamo immersi in una piscina oppure nell'acqua di mare.

Domanda: Perché siamo facilitati a rimanere a galla nel mare più che nell'acqua dolce di una piscina?

Risposta: Nel mare, la densità dell'acqua salata, grazie alla concentrazione dei Sali in essa disciolti, è maggiore che per l'acqua dolce, quindi maggiore è la Spinta d'Archimede a parità di acqua spostata. (intesa in volume). Questo ci fa supporre che nel Mar Morto dove la concentrazione di Sali è veramente grande, **facciamo fatica**, viceversa **ad affondare!**

Per assurdo se ci immergessimo nel mercurio, cosa pericolosissima da fare per via della tossicità di questo, potremmo praticamente, quasi camminarci sopra.

Nel mercurio galleggiano anche i ferri di cavallo. (provate a buttare una moneta od un chiodo in una ciotola contenete mercurio).

DIMOSTRAZIONE:

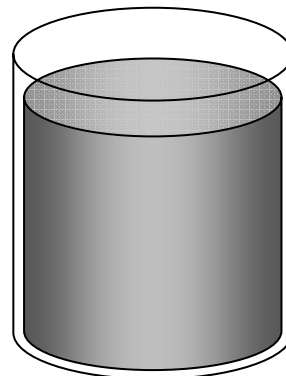
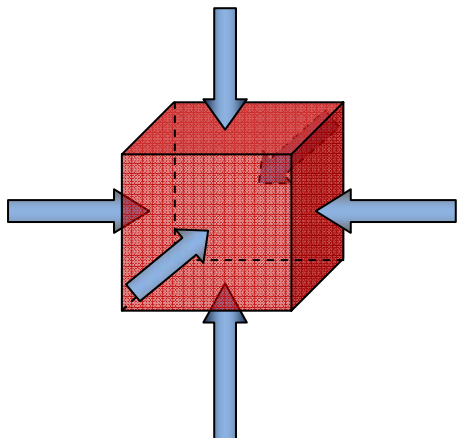
Cerchiamo di dimostrare l'enunciato della “ **Spinta d'Archimede**” o **Spinta Idrostatica**.

Supponiamo di avere, completamente immerso in un recipiente colmo di liquido, un corpo, per semplicità di forma parallelepipedo; meglio di forma cubica. Sempre per semplificare i ragionamenti, immaginiamo che questo cubetto abbia le facce, superiore ed inferiore poste orizzontalmente, le altre quattro facce risulteranno pertanto verticali.

Sia L lo spigolo del cubo. In tal caso, l'area di una qualsiasi faccia è pari $S_f = L^2$ mentre il volume del cubo è pari a : $V = L^3$. Ricordando che tramite la legge di Stevino la pressione dipende dalla profondità a parità di densità del liquido (fluido)

$p = d_l \cdot g \cdot h$ avremo che lungo una linea verticale l'andamento delle pressioni è crescente linearmente con la profondità.

Se quindi rappresentiamo la pressione nel liquido, con delle freccette avremo un andamento triangolare delle dimensioni come mostrato in figura. (vedi sotto)

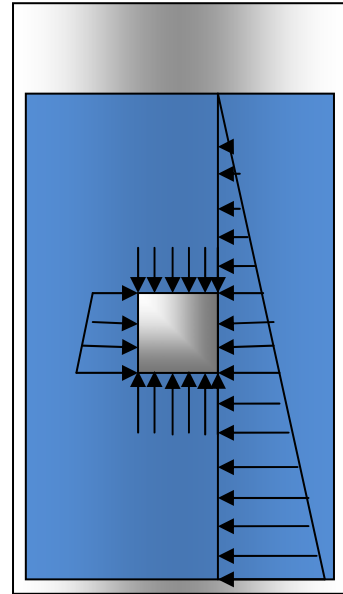


Nella figura schematizzata, si può osservare all'interno del liquido, l'andamento delle pressioni, indicate con delle freccette, così come aumentano con la profondità. C'è un valore nullo della pressione in superficie con $H=0$ infatti ricordando STEVINO, $p = d_l \cdot g \cdot h$ con $h = 0$ anche $P=0$. Mentre con $H = \max$ anche $P = \max$, pari proprio al valore calcolato con $H \max$. $p = d_l \cdot g \cdot h_{max}$

Si è poi schematizzato l'andamento delle pressioni sulle facce del cubo. L'andamento sulle facce Verticale è tipicamente trapezoidale, con un valore locale della pressione che parte da un minimo sulla faccia superiore ad un max sulla faccia inferiore; (ricordiamo con Pascal che la pressione è la stessa in qualsiasi direzione, quindi il valore della pressione in prossimità dello spigolo, è la stessa, sia se considerata agente sulla superficie orizzontale sia agente su una superficie verticale). L'osservatore attento capisce subito che data la simmetria delle pressioni sulle facce verticali, queste sulle quattro facce formano un insieme a risultante nullo, quindi che producono un sostanziale equilibrio orizzontalmente.

Da notare comunque che sulla faccia superiore del cubo c'è una pressione inferiore rispetto alla faccia inferiore, dove a causa della maggiore profondità (aumentata di un valore pari proprio ad L) vi sarà un incremento di pressione pari a: $\Delta p = d_l \cdot g \cdot \Delta h = d_l \cdot g \cdot L$

Studiando l'equilibrio del cubetto l'ungo l'asse verticale troviamo una serie di forze da bilanciare: quelle delle pressioni dovute sulle facce orizzontali e quelle della forza Peso del cubetto, che agiscono nella stessa direzione.



La differenza di pressioni tra la faccia inferiore e quella superiore determinano delle forze contrapposte con

prevalenza sempre, per ovvie ragioni, (la maggior profondità), della forza diretta verso l'alto che costituiscono in sintesi quella che chiamiamo **Spinta d'Archimede**.

Essa è pari proprio alla differenza tra la forza che agisce sulla faccia inferiore e quella che agisce sulla faccia superiore; in definitiva la differenza di pressione per la superficie di base L^2 del cubo. $\Delta F = \Delta p \cdot S_b = \Delta p \cdot L^2$. Quindi la Spinta Idrostatica (o Spinta d' Archimede):

$$S_a = \Delta p \cdot L^2 = d_l \cdot g \cdot L \cdot L^2 = d_l \cdot g \cdot L^3$$

che è proprio l'espressione per la **spinta d'Archimede** così come espresso dall'enunciato.

Pari quindi, rileggendo la formula, al peso di un egual volume di liquido, che sarebbe il peso del liquido spostato. C.V.D

